فرض محروس

التمرين الأول (2 نقط)

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_1=1$; $U_0=-1$ و $3U_{n+2}=5U_{n+1}-2U_n$

1) نضع $W_n=U_{n+1}-U_n$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ (1 ن)

2) استنتج أن $U_n=5-6\left(\frac{2}{3}\right)^n$ (1 ن)

التمرين الثاني (5 نقط)

$(U_n)_n$; $(V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي : $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\dfrac{3U_n+V_n}{4} \end{cases}$ و $\begin{cases} V_0=6 \\ V_{n+1}=\dfrac{U_n+5V_n}{6} \end{cases}$

1) أحسب U_1 ; V_1 (1 ن)

2) نضع $W_n=V_n-U_n$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية (1 ن)

3) نضع $T_n=2U_n+3V_n$ بين أن $(T_n)_n$ ثابتة محددا قيمتها (1 ن + 0.5 ن)

4) استنتج مما سبق U_n ; V_n بدلالة n (1.5 ن)

التمرين الثالث (4 نقط)

المستوى (p) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعتبر المجموعة (C_m) للنقط $M(x,y)$ و التي تحقق المعادلة $(C_m)\ :\ x^2+y^2-2mx-2(2m-1)y-4m-4=0$ حيث m بارامتر حقيقي

1) بين أن (C_m) دائرة محددا مركزها و شعاعها (1 ن)

2) حدد مجموعة المراكز للدوائر (C_m) عندما يتغير m (1 ن)

3) بين أن جميع الدوائر (C_m) تمر بنقطتين ثابتتين A ; B يتم تحديد إحداثياتهما (1 ن)

4) لتكن $M_0(x_0,y_0)$ نقطة معلومة ، حدد حسب وضع النقطة M_0 عدد الدوائر (C_m) و التي تمر من M_0 (1 ن)

التمرين الرابع (5 نقط)

المستوى (p) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$. ليكن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A و بحيث $AB=\sqrt{5}$ و $BC=4$ ، I منتصف القطعة $[BC]$ و G مرجح النقط $(C,1)$; $(B,1)$; $(A,-1)$

و نعتبر المجموعة (ζ) للنقط M بحيث : $MB^2+MC^2-MA^2=10$

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-3$ (1 ن)

2) أ- بين أن $\left[M\in(\zeta)\right]\Leftrightarrow\left[2MI^2-MA^2=2\right]$ (1 ن)

ب- تحقق أن G مرجح النقط $(I,2)$; $(A,-1)$ ثم بين أن $GA^2=4$ و $GI^2=1$ (0.5 ن + 1 ن)

3) استنتج أن المجموعة (ζ) دائرة مركزها G و شعاعها $r=2$ (1.5 ن)